

# La escala del Espacio: demostración de la fórmula de la distancia

---

**Traducido por José Luis Cebollada.**

En el artículo ‘La escala del Espacio’, calculamos la distancia a una ‘estrella’ en un aula usando una cámara y medidas de distancia mediante paralaje. La distancia  $d$  a la que se encuentra la estrella se calcula, una vez obtenidos los datos, mediante la siguiente ecuación:

$$d = \frac{p_L \times d_L \times b}{L \times p}$$

Donde:

$d$  = distancia a la estrella

$L$  = la distancia al objeto de calibración

$b$  = el desplazamiento de la cámara (que corresponde a la distancia de  $C_A$  a  $C_B$ )

$d_L$  = la distancia del objeto de calibración a la línea donde se encuentra la cámara (medida en la línea OQ)

$p$  = distancia, medida en número de píxeles entre las imágenes de la estrella (en  $D_A$  y  $D_B$ )

$p_L$  = la longitud, medida en píxeles entre de la imagen del objeto de calibración

Se puede obtener fácilmente esta fórmula utilizando las propiedades de los triángulos semejantes. El proceso se explica a continuación.

Material de apoyo de

Pössel M (2017) Finding the scale of space. *Science in School* 40: 40–45.  
www.scienceinschool.org/2017/issue40/parallax2

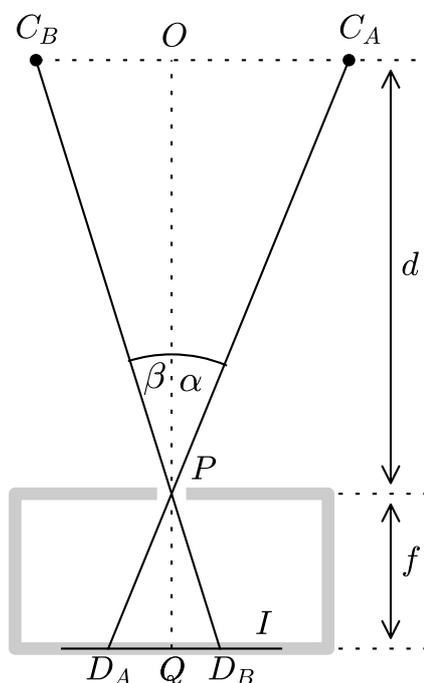


Figura 1: Modelo simplificado de la paralaje (Imagen cortesía de Hda / M Pössel)

1. Atendiendo a la geometría, en la figura 1 podemos observar que el triángulo  $C_BPC_A$  y el  $D_APD_B$  son semejantes (sus ángulos correspondientes son iguales). Si  $l$  representa la distancia de las posiciones de la estrella  $D_A$  y  $D_B$  (en el plano de la imagen  $I$ ), de esa semejanza se deduce que:

$$d = \frac{f \times b}{l}$$

2. La distancia  $l$  es proporcional a la distancia entre las dos posiciones de la estrella en las imágenes fotográficas, expresada como el número de píxeles,  $p$ . Si  $k$  representa un factor constante (aún no conocido) que relaciona el número de píxeles con las distancias reales en el plano de la imagen, y definimos  $S = k \times f$ , se deduce que:

$$d = \frac{S \times b}{p}$$

Material de apoyo de

Pössel M (2017) Finding the scale of space. *Science in School* 40: 40–45.  
[www.scienceinschool.org/2017/issue40/parallax2](http://www.scienceinschool.org/2017/issue40/parallax2)

- Aplicamos el mismo razonamiento al objeto de calibración, pero hemos colocado paralelo a la línea de la cámara a una distancia  $d_L$ . Esta distancia, que medimos directamente, y la longitud de la imagen del objeto de calibración en píxeles ( $p_L$ ) están relacionadas por la ecuación siguiente:

$$d_L = \frac{S \times L}{p_L}$$

- Si eliminamos  $S$  combinando las dos ecuaciones anteriores. Primero reordenamos la ecuación del paso 3 para despejar  $S$ , multiplicando ambos miembros por  $p_L$  y dividiendo por  $L$ :

$$S = \frac{d_L \times p_L}{L}$$

- Ahora sustituimos esta expresión por  $S$  en la ecuación del paso 2, y obtenemos la fórmula que relaciona la distancia  $d$  con las longitudes conocidas  $b$  y  $f$ .

La fórmula, como ya hemos visto, es:

$$d = \frac{p_L \times d_L \times b}{L \times p}$$